

**Т.А. Шиян**

## **К ПРОБЛЕМЕ ОПИСАНИЯ СМЫСЛОВЫХ СТРУКТУР И СМЫСЛОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ФОРМАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ И ЛОГИКЕ**

*Шиян Тарас Александрович* – кандидат философских наук. Фонд «Центр гуманитарных исследований». Российская Федерация, 125315, г. Москва, ул. Часовая, д. 9/7; e-mail: taras\_a\_shiyan@mail.ru

В тексте рассматривается невозможность отвлечения от смысла формальных построений в логико-математических исследованиях. Правомочность применения «формальной методологии» допускается только в рамках принятия некоторой системы условных обозначений и конвенций. Задаваемый такими договоренностями контекст автор называет формальным. Соотнесение построений и результатов, полученных формальными методами в рамках нескольких таких контекстов, невозможно без учета различных смысловых аспектов соотносимых формальных конструкций. Такие соотнесения автор называет интерконтекстуальными. В тексте разбирается два примера интерконтекстуальных сравнений, демонстрирующих необходимость обращения к разным смысловым компонентам сравниваемых формальных конструкций. В контексте этих выводов автор ставит вопрос о структуре и происхождении смысла используемых в формальных построениях «символов» и создаваемых из них «последовательностей символов». Автор видит три основных источника смысловой нагрузки, несомой формальными конструкциями. Во-первых, это различные сферы семиотического узуса: в первую очередь, общекультурные и общепрофессиональные семиотические навыки «интерпретатора». Во-вторых, это смысл, придаваемый формальным построениям словесными комментариями, описаниями процесса построения и связанными с этим знаниями «интерпретатора». В-третьих, это смыслы, задаваемые самими формальными построениями: на стадии определения формального языка и на стадии построения формальной дедуктивной или семантической системы. Автор также рассматривает ошибочность предположения о существовании некоторой универсальной «глобальной интуиции», связываемой с самой возможностью формальной методологии.

**Ключевые слова:** логика, математика, формальное построение, формальная методология в логике и математике, формальный контекст, интерконтекстуальное сравнение, смысл

**Для цитирования:** Шиян Т.А. К проблеме описания смысловых структур и смысловой деятельности в формальной математике и логике // Философский журнал / Philosophy Journal. 2023. Т. 16. № 2. С. 26–32.

1. Слово «смысл» – многозначно. Но в контексте логики и философии я выделил бы два основных понимания слова «смысл». В узком понимании «смысл» – термин, обозначающий один из трех аспектов знаковых явлений, схематизируемых «семантическим треугольником», или «треугольником Фреге». Его синонимами являются термины «смысловое значение», «означаемое», «десигнат». Именно так слово «смысл» обычно используют логики. Такое словоупотребление и словопонимание, к сожалению, закрывает собой другое, широкое и, на мой взгляд, основное для русского языка понимание слова «смысл».

2. В предельно широком понимании «смысл» близок «пониманию», «осмыслению», «осознанию». Можно сказать, что слово «осмысление» скорее указывает на порождение нового смысла, а слово «понимание» – на постижение как бы уже имеющегося. Слово же «осознание» указывает на процесс переживания смысла. «Смысл» – это некоторая объективация (возможно, даже гипостазирование) того, что создает возможность осознания, понимания, осмысления.

3. Смысл – это порождение нашего сознания, в «объективном» мире как «мире самом по себе» нет смысла, смыслом мир наделяет человек. Уже восприятие есть продуктивная смысловая деятельность. Само сознание – чистая смысловая деятельность, хотя, вероятно, и стимулируемая некоторым внешним аффицированием. В свете такого понимания не только «десигнат» знака является смыслом. Смысловой деятельностью (не важно, по выявлению, производству или приписыванию смысла) являются и понимание синтаксической структуры языкового выражения, и выделение частей сложных знаковых конструкций и отдельных знаков, и «узнавание» знаков, понимание значков как разных знаков или же как разных реализаций одного знака. При такой трактовке смыслов и их роли в «мире» человека у меня возникает желание прояснить, как устроено наше понимание логико-математической символики, как, с точки зрения обращения к смыслам, осуществляется логико-математическая работа и т.п.

4. Прежде, чем перейти к обсуждению этой темы, я хочу немного прояснить и расширить контекст, придав своему анализу дополнительные измерения. Современным логикам нередко приходится подчеркивать ошибочность встречающегося взгляда на логику (далее – то же самое, что формальную логику) как на нечто «бессодержательное». Такой взгляд иногда порождался механическим следованием оппозиции «форма – содержание»: если логика изучает «формы» (не важно, «формы» чего), значит, она полностью отвлекается от «содержания». Формальная логика, действительно, на всем протяжении своей истории базируется на абстракции «логической формы» (хотя сам термин появился относительно недавно и не является общеупотребительным). Но поскольку логических форм бесконечно много (даже типов логических форм много), то указание, что нечто имеет именно такую, а не иную логическую форму, несет вполне определенную позитивную информацию. Кроме того, само осознание, что нечто имеет именно такую форму, является видом осмысления, надления смыслом. Но и сами «логические формы» имеют определенную внутреннюю структуру, которая задает часть передаваемого формой содержания, смысла. При этом в отношении «логических форм» имеется принципиальное различие в работе традиционной логики и математизированной, символической логики. Это различие близко оппозициям «*a posteriori* – *a priori*», «индуктивный –

дедуктивный» и т.п. В традиционной логике логическая форма выделялась из конкретно-языковой формы анализируемого языкового выражения путем отвлечения от части содержания (интерпретируемого как нелогическое) составляющих его слов или более сложных выражений. Это происходило заменой некоторых слов или выражений либо буквами (метод Аристотеля), либо субстантивированными порядковыми числительными (метод стоиков). В любом случае часть слов исходного анализируемого выражения оставалась нетронутой (или сведенной к синонимичной канонической формулировке), и их смысл участвовал в формировании смысла итоговой логической формы. Иначе происходит в символической логике. Здесь из некоторых исходных графических примитивов (графем, значков, символов), считающихся лишенными смысла (но однозначно различимых друг от друга), на основании условно принимаемых соглашений конструируются объекты, которые (при принятии этих соглашений) понимаются как логические формы. То есть здесь происходит отрыв «логических форм» от того, формами чего они являются. Становится возможным, как в игре, свободное манипулирование этими априорными «логическими формами» и любая (формально допустимая) их интерпретация. Именно здесь может возникать иллюзия бессодержательности, пустоты логических формализмов. Один из путей опровержения такого взгляда – описание механизмов конструирования смыслов априорных, формальных конструкций.

5. Второй дополнительный аспект связан с рефлексией математики (частью которой методологически является современная символическая логика) над собственными основаниями. В XX в. сформировалось много течений, по-разному трактующих природу математического знания в целом и математических символизмов в частности. Для интуициониста Я. Брауэра смысловая природа математики (с поправкой на различие в терминологии) была одним из исходных пунктов методологических размышлений. Иных взглядов придерживался Д. Гильберт – лидер другого течения, получившего название формализма. Гильберт считал, что строгое математическое вычисление должно ограничиваться формальными манипуляциями с конечными символическими объектами. В первую очередь именно этот путь привел к развитию и принятию формальной методологии в логике и математике. Парадокс заключается в том, что развитие идей Брауэра привело к формулированию логики (названной первоначально интуиционистской), которая оказалась тождественна логике, вытекающей из сверхформальных идей А.А. Маркова-мл. и его последователей (так называемый математический конструктивизм). Это усилило значение формальной методологии, согласно требованиям которой при рассуждениях «во внимание должны приниматься *только* вид и порядок символов, к последовательностям которых применяются правила вывода»<sup>1</sup>. При этом вслед за Гильбертом предполагалось существование некоей «глобальной интуиции», «нужной для умения решить, совпадают ли два рассматриваемых символа или нет»<sup>2</sup>.

6. В силу того, что формальные построения основаны на условных обозначениях и соглашениях, применение формальной методологии правомочно только в контексте принятия именно такой, а не иной системы условных обозначений и договоренностей. Такой контекст можно назвать *формальным*.

<sup>1</sup> Френкель А.А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. М., 1966. С. 319.

<sup>2</sup> Там же.

Таким образом логический и математический дискурсы разбиваются на множество альтернативных, потенциально несогласованных между собой формальных контекстов. Поскольку научная деятельность сообщества логиков или математиков не исчерпывается одной статьей на всех и на все времена, то ключевой рабочей задачей является соотнесение между собой формализмов и полученных для них результатов из разных формальных контекстов. Такое соотнесение можно назвать *интерконтекстуальным*. В общем случае при интерконтекстуальном сравнении формальная методология неприменима, и необходимо обращаться к различным смысловым аспектам сравниваемых формализмов, к информации описывающих эти формализмы текстов, к различным прагматическим аспектам как своей деятельности, так и деятельности авторов этих текстов. Для иллюстрации приведу один пример. Пусть  $\wp$  – некоторое множество «пропозициональных переменных». Тогда любые две формулировки классической логики высказываний в алфавитах  $\langle \wp; \neg, \wedge \rangle$  и  $\langle \wp; \neg, \& \rangle$  формально не будут иметь ни одной общей теоремы (о том, что « $\wedge$ » и « $\&$ » именно разные знаки, а не варианты одной графемы, говорит их разное происхождение, наличие у них разных названий и сфер применения). Хотя логически они, безусловно, тождественны. Но эту тождественность мы устанавливаем из общего смысла задающих их текстов, из заявленного намерения использовать графемы « $\wedge$ » и « $\&$ » для передачи классической конъюнкции и т.д. Можно привести большое число случаев из практики, указывающих не только на необходимость при интерконтекстуальных сравнениях обращаться к смыслу сравниваемых формализмов, но и на то, что при этом приходится учитывать разные компоненты смыслов, а иногда и собственные намерения и цели<sup>3</sup>.

7. Проблемы возникают и с обнаружением и применением «глобальной интуиции». Во-первых, скрытые за этим термином семиотические навыки имеют как культурные, так и личные особенности. Они формируются в процессе социализации человека, в данном случае в ходе освоения различных семиотических систем своей и других культур. Например, трактовка графемы «п» как строчной кириллической «пэ» или строчной латинской «эн» зависит от наличия соответствующего культурного навыка (владения соответствующей системой письма) и контекста использования графемы. Так что говорить о наличии «глобального», в смысле универсального, единого для всех семиотического навыка не приходится. Во-вторых, даже в рамках использования единого навыка при интерконтекстуальных сравнениях иногда приходится различать употребления одной и той же графемы в разных формальных контекстах как разные графемы. Приведу пример из собственной практики сравнительного исследования формальных силлогистик. Автору встречались в литературе как минимум

<sup>3</sup> См.: Шиян Т.А. О некоторых проблемах интерпретации логико-математической символики // Дбѡа / Докса. Збірник наукових праць з філософії та філології. Вип. 10: Стратегії інтерпретації тексту: методи і межі їх застосування. Одеса, 2006. С. 223–230; *Он же*. О фактических ограничениях формальной методологии // Философия математики: актуальные проблемы. Материалы Международной научной конференции (15–16 июня 2007 г., Москва). М., 2007. С. 134–136; *Он же*. О некоторых ограничениях формально-математической методологии // Вестник РГГУ. Сер.: Философия. 2008. № 7/08. С. 307–318; *Он же*. О фиктивности формальной логико-математической методологии // Человек во власти цифры: мышление, знание, сознание. Сборник тезисов Девятнадцатых Таврических философских чтений «Анахарсис». М., 2022. С. 158–163.

три разных способа формальной передачи общеутвердительных высказываний: «SaP» (1), «ASP» (2), «AaB» (3), причем разные авторы использовали соответствующие «языки» при формулировке одних и тех же формальных силлогистических теорий. Исходя из логической тождественности этих построений, мы должны: во-первых, «а» из формул 1 и 3 отождествить между собой и с «А» из формулы 2 (как знак общеутвердительной силлогистической связи); во-вторых, внутри формулы 3 различить «а» и «А»; в-третьих, «А» из формулы 2 (общеутвердительная связка) отличить от «А» из формулы 3 (общий термин). В этом последнем случае нам приходится различить то, что является идентичным с точки зрения любой семиотической «интуиции», относящейся только к форме знаков: «А» в 2 и «А» в 3 – это одна и та же графема, передающая прописную букву «а» латинского алфавита.

8. Используемые в логике и математике семиотические навыки различения/отождествления в одном формальном контексте графем «только по их форме» происходят из аналогичных общекультурных (1) и общепрофессиональных (2) навыков, модифицируемых дополнительно принимаемыми в данном формальном контексте условными соглашениями (3). К первым, например, относится навык различения строчного и прописного варианта одной и той же буквы латинского и греческого алфавитов. Ко вторым (обычно все-таки оговариваемым) – считать сочетания типа « $x_{13}$ », «*sin*» и т.п. простыми знаками, графемами. К третьим, например, – прямо, курсивно или полужирно выделенный знак считать разными графемами, или, аналогично, передачу одной и той же буквы разными шрифтами различать в качестве разных графем. Но при интерконтекстуальных сравнениях, как показано выше, этого комплекса семиотических навыков и условных договоренностей оказывается недостаточно и приходится учитывать связываемый с графемами смысл.

9. Смысл «символов» (графем) и последовательностей «символов» в формальных построениях задается как минимум тремя разными путями, в рамках каждого из которых также имеются разные источники смысла. Во-первых, это упоминавшиеся уже общекультурные и общепрофессиональные семиотические навыки, прежде всего вторые. Так, человек, обученный современной логике, будет понимать графемы « $\wedge$ » и « $\&$ » как знаки конъюнкции до всякого комментария и если в комментарии явно не постулировано иное. Наличие такого предпонимания – важная составляющая профессиональной компетенции. Второй источник смысловой нагрузки формализмов – вербальный контекст, в рамках которого осуществляется формальное построение. Это может быть комментарий, сопровождающий задание формального алфавита и указывающий, например, что « $\&$ » – знак классической двухместной конъюнкции. Или основной текст статьи, книги, тезисов и т.п., рассказывающий о намерении его автора построить некую систему на основе классической логики. В придании значкам смысла участвует и все сформировавшееся персональное знание о логике (как науке), о классической логике (как системе), о соответствующих связках и т.д., относящееся к упоминающимся в тексте конструкциям<sup>4</sup>. Третий уровень – собственно формальное построение, задающее «формальный» смысл соответствующих формальных конструкций. Здесь нужно различить «синтаксический» смысл,

<sup>4</sup> В указанных выше работах Т.А. Шияна рассматриваются примеры учета именно этих частей смысла.

задаваемый определением соответствующего формального языка, и «дедуктивный» смысл, задаваемый соответствующей дедуктивной или формально-семантической конструкцией. В конкретном построении, например, в некоторой билогической системе могут присутствовать оба знака « $\wedge$ » и « $\&$ », передавая разные конъюнкции: классическую и неклассическую. Соответственно, оба значка будут иметь частично совпадающую содержательную интерпретацию (например, как «знаков конъюнкции») и, скорее всего (в зависимости от некоторых дополнительных моментов), идентичный формальный «синтаксический» смысл, но будут различаться на уровне формального «дедуктивного» смысла.

10. Таким образом, формальные построения символической логики и математики вовсе не «обесмысленные закорючки», как заявляют некоторые недобросовестные критики современной логики, и не «сугубо материальные объекты», как утверждают некоторые увлекающиеся адепты логики. От смысла используемых значков невозможно (да и не нужно) отвлечься полностью, он используется на всех стадиях формальных построений. Представление о чисто формальных построениях и манипуляциях, как всякая игра, допустимо только в конкретном контексте принятия условных правил этой игры. Формальные исследования необходимы как инструмент установления формальных взаимосвязей и как система защиты от произвольного домысливания необоснованных выводов. Но собственно логическая и математическая работа происходит вне одного формального контекста, и в ней отвлечение от смысла используемых условных обозначений невозможно.

## Список литературы

- Шиян Т.А. О некоторых проблемах интерпретации логико-математической символики // *Δόξα / Докса. Збірник наукових праць з філософії та філології*. Вип. 10: Стратегії інтерпретації тексту: методи і межі їх застосування. Одеса: ОНУ ім. І.І. Мечнікова, 2006. С. 223–230.
- Шиян Т.А. О фактических ограничениях формальной методологии // *Философия математики: актуальные проблемы. Материалы Международной научной конференции (15–16 июня 2007 г., Москва)* / Под ред. В.А. Шапошникова. М.: Изд. Савин С.А., 2007. С. 134–136.
- Шиян Т.А. О некоторых ограничениях формально-математической методологии // *Вестник РГГУ. Сер.: Философия*. 2008. № 7/08. С. 307–318.
- Шиян Т.А. О фиктивности формальной логико-математической методологии // *Человек во власти цифры: мышление, знание, сознание. Сборник тезисов Десятнадцатых Таврических философских чтений «Анахарсис»*. М.: РГГУ, 2022. С. 158–163.
- Френкель А.А., Бар-Хиллел И. *Основания теории множеств* / Пер. с англ. Ю.А. Гастева. М.: Мир, 1966. 554 с.

## On the problem of describing semantic structures and semantic activity in formal mathematics and logic

**Taras A. Shiyani**

Foundation for Humanities. 9/7 Chasovaya Str., Moscow, 125315, Russian Federation; e-mail: taras\_a\_shiyani@mail.ru

The text considers the impossibility of abstracting away from the sense of formal constructions in logical and mathematical researches. The validity of the application of

the “formal methodology” is allowed only after some system of conventional notations and agreements has been accepted. The context determined by such agreements is called formal. A correlation of constructions and results obtained by formal methods within several formal contexts is impossible without a consideration of the various semantic aspects of the correlated formal constructions. The author calls such correlations *intercontextual*. The paper examines two examples of such intercontextual comparisons to demonstrate the necessity of taking into account different semantic components of the compared formal constructions. In the context of these conclusions, the author raises the question of the structure and origin of some senses of the “symbols” used in formal constructions and of the “sequences of symbols” constructed from them. The author identifies three main sources of the semantic load carried by formal constructions. Firstly, these are the various aspects of semiotic usage: first of all, the general cultural and general professional semiotic skills of the “interpreter”. Secondly, it is the sense given to formal constructions by verbal comments, descriptions of the construction process and the associated knowledge of the “interpreter”. Thirdly, these are the senses set by the formal constructions themselves: at the stage of defining a formal language and at the stage of constructing a formal deductive or semantic system. The author also considers the fallacy of the assumption of the existence of some universal “global intuition” associated with the very possibility of formal methodology.

**Keywords:** logic, mathematics, formal construction, formal methodology in logic and mathematics, formal context, intercontextual comparison, sense

**For citation:** Shiyan, T.A. “K probleme opisaniya smyslovykh struktur i smyslovoi deyatelnosti v formal’noi matematike i logike” [On the problem of describing semantic structures and semantic activity in formal mathematics and logic], *Filosofskii zhurnal / Philosophy Journal*, 2023, Vol. 16, No. 2, pp. 26–32. (In Russian)

## References

- Fraenkel, A.A. & Bar-Hillel, Y. *Osnovaniya teorii mnozhestv* [Foundations of set theory], trans. by Yu.A. Gastev. Moscow: Mir Publ., 1966. 554 pp. (In Russian)
- Shiyan, T.A. “O fakticheskikh ogranicheniyakh formal’noi metodologii” [On the actual restrictions of the formal methodology], *Filosofiya matematiki: aktual’nye problemy. Materialy Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii (15–16 iyunya 2007 g., Moskva)* [Philosophy of Mathematics: actual problems. Materials of the International Scientific Conference (June 15–16, 2007, Moscow)], ed. by V.A. Shaposhnikov. Moscow: S.A. Savin Publ., 2007, pp. 134–136. (In Russian)
- Shiyan, T.A. “O fiktivnosti formal’noi logiko-matematicheskoi metodologii” [On the fictitiousness of formal logical-mathematical methodology], *Chelovek vo vlasti tsifry: myshlenie, znanie, soznanie. Sbornik tezisov Devyatnadsyatk Tavricheskikh filosofskikh chtenii ‘Anakharsis’* [A Man in the power of digit: thinking, knowledge, consciousness. Collection of theses of the Nineteenth Taurian Philosophical readings ‘Anacharsis’]. Moscow: RGGU Publ., 2022, pp. 158–163. (In Russian)
- Shiyan, T.A. “O nekotorykh ogranicheniyakh formal’no-matematicheskoi metodologii” [On some restrictions of the formal mathematical methodology], *Bulletin of the Russian State University for Humanities, Series: Philosophy*, 2008, No. 7/08, pp. 307–318. (In Russian)
- Shiyan, T.A. “O nekotorykh problemakh interpretatsii logiko-matematicheskoi simvoliki” [On some problems of interpretation of logical and mathematical symbolism], *Δόξα / Doksa. Zbirnik naukovikh prats’ z filosofii ta filologii, Vip. 10: Strategii interpretatsii tekstu: metodi i mezhi ikh zastosuvannya* [Δόξα / Doksa. Collection of scientific papers on philosophy and philology, Issue 10: Text interpretation strategies: methods and limits of their application]. Odessa: Odesa I.I. Mechnikov National Univ. Publ., 2006, pp. 223–230. (In Russian)